

离散伴随气动优化设计方法的紊流扩展

卢娟¹, 张朝磊^{1,2}, 丰镇平¹

(1. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安; 2. 江西理工大学机电学院, 341000, 江西赣州)

摘要: 将离散伴随气动优化设计方法扩展到紊流环境, 编程实现了相应的二维离散伴随场求解器; 通过组合参数化技术、网格生成技术、流场求解器、离散伴随场求解器及优化算法, 建立了透平叶栅气动优化设计平台。基于该设计平台, 在紊流环境下以叶栅进出口熵增为优化目标, 对某二维跨声速叶栅型线进行了气动优化设计, 通过施加质量流量约束来限制优化过程中叶栅通道内质量流率的波动幅度。优化结果表明: 优化后熵增降低了 17.7%, 验证了所开发的紊流环境离散伴随场求解器的正确性和有效性。

关键词: 离散伴随方法; 紊流; 透平叶栅; 气动优化

中图分类号: TK14 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)01-0037-06

Extension to Turbulent Flow and Numerical Verification for Aerodynamic Optimization Design Method Based on Discrete Adjoint Theory

LU Juan¹, ZHANG Chaolei^{1,2}, FENG Zhenping¹

(1. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Mechanical and Electrical Engineering, Jiangxi Science and Technology College, Ganzhou, Jiangxi 341000, China)

Abstract: The aerodynamic optimization design method was extended to turbulent flow environment, and a discrete adjoint solver applicable to the turbulent flow environment was implemented. On the basis of the solver, an aerodynamic optimization design platform was established by coupling the parameterization technology, grid generation technology, an in-house flow solver, the discrete adjoint solver and optimization technology. A typical transonic two-dimensional cascade was optimized based on the platform with the entropy generation being taken as the optimization function. Moreover, a mass flow ratio constraint was added to the objective function by using the penalty function method to keep the mass flow ratio constant. The optimization results show that the entropy generation of the optimized cascade decreases by 17.7% compared with that of the baseline cascade, demonstrating the correctness and effectiveness of the discrete adjoint solver developed.

Keywords: discrete adjoint theory; turbulent flow; turbine cascade; aerodynamic optimization

伴随方法因其计算量与设计变量的数量无关、易编程实现、求解内存需求小等优点, 近年来在形状反设计及优化设计领域得到了国内外研究者的广泛关注。该方法首先由 Pironneau 引入到流体动力学领域中^[1], 随后 Jameson 将其扩展到了航空领

域^[2], 目前已在流场和内流领域得到了广泛应用。与连续伴随方法相比, 离散伴随方法具有伴随系统建立过程清晰规范、目标函数适用性广、易于扩展到紊流流动并推广至径流式叶轮机械中等优点, 能够有效解决连续伴随方法的局限和不足。此外, 离散

收稿日期: 2012-05-04。 作者简介: 卢娟(1988—), 女, 博士生; 丰镇平(通信作者), 男, 教授, 博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51076121)。

网络出版时间: 2012-10-22

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20121022.0854.004.html>

伴随方法能够获得精确的目标函数梯度值,且可利用自动微分工具来辅助伴随求解器的开发,目前已在流场领域得到了一定程度的应用^[3]。国内基于离散伴随方法进行气动优化设计的研究起步较晚,高正红、吴文华等开展了基于离散伴随方法的外流部件气动设计研究^[4-5];丰镇平等自2009年以来开展了基于离散伴随方法的叶轮机械气动优化设计研究^[6-8],都取得了一定的研究进展。

本文将离散伴随方法扩展到紊流领域,编程实现了紊流环境下的二维黏性离散伴随场求解器,通过组合参数化技术、网格生成技术、流场求解器及优化算法,建立了适用于透平叶栅的气动优化设计平台,并基于该平台,对一跨声速二维叶栅进行了气动优化设计。

1 离散伴随理论及紊流扩展

1.1 离散伴随系统理论

典型的叶轮机械叶栅气动优化问题可表述如下

$$\left. \begin{aligned} J(\mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}) &\rightarrow \min(\boldsymbol{\alpha} \in D) \\ \text{s. t. } \mathbf{R}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}) &= \mathbf{0}, \quad \text{on } \Omega \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中:目标函数 J 是设计变量 $\boldsymbol{\alpha}$ (设计空间为 D) 和状态变量 $\mathbf{u}$ 的函数,并且 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\mathbf{u}$ 满足在流动域 Ω 内的状态方程 $\mathbf{R}$,本文中 $\mathbf{R}$ 为 RANS 方程。

通过引入伴随变量 $\boldsymbol{\psi}$,将状态方程作为一个约束引入目标函数中,可以定义以下增广目标函数

$$I(\mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}) = J(\mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}) - \boldsymbol{\psi}^T \mathbf{R}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}) \quad (2)$$

由于流场收敛后状态方程的变分为0,即

$$d\mathbf{R} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} d\mathbf{u} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} d\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0} \quad (3)$$

因此目标函数 J 与上述增广目标函数 I 对设计变量的变分是一致的。线性化上述增广目标函数并简化后可得

$$dI = \left(\frac{\partial J}{\partial \mathbf{u}} - \boldsymbol{\psi}^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} \right) d\mathbf{u} + \left(\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\psi}^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \right) d\boldsymbol{\alpha} \quad (4)$$

令 $d\mathbf{u}$ 的系数为0,即可消除状态变量对目标函数变分的影响,从而得到伴随方程

$$\left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \boldsymbol{\psi} = \left(\frac{\partial J}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \quad (5)$$

在求解伴随方程得到伴随变量 $\boldsymbol{\psi}$ 后,目标函数对设计变量的导数可以由以下表达式获得

$$\frac{dI}{d\boldsymbol{\alpha}} = \frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\psi}^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \quad (6)$$

从上述推导过程可以看出,伴随方程中不包含对设计变量的变分项,因此,在伴随方程求解过程中计算量与设计变量 $\boldsymbol{\alpha}$ 的数量无关,与传统的基于梯

度的优化方法相比大大减少了计算量。

1.2 紊流扩展

在紊流环境下,本文提出的流场求解器实现了 Wilcos 的 $k-\omega$ 两方程湍黏性紊流模型^[9],流动变量及相应的伴随变量数从4个扩展为6个。守恒形式的紊流方程如下

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{W}_T d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\mathbf{F}_{c,T} - \mathbf{F}_{v,T}) d\mathbf{S} = \int_{\Omega} \mathbf{Q}_T d\Omega \quad (7)$$

式中: $\mathbf{W}_T$ 为紊流守恒变量; $\mathbf{F}_{c,T}$ 、 $\mathbf{F}_{v,T}$ 分别为紊流对流与黏性矢通量; $\mathbf{Q}_T$ 为紊流源项。具体表达式为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{W}_T &= \begin{bmatrix} \rho k \\ \rho \omega \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}_{c,T} &= \begin{bmatrix} \rho k V \\ \rho \omega V \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}_{v,T} &= \begin{bmatrix} n_x \tau_{xx}^k + n_y \tau_{xy}^k + n_z \tau_{xz}^k \\ n_x \tau_{xx}^\omega + n_y \tau_{xy}^\omega + n_z \tau_{xz}^\omega \end{bmatrix} \\ \mathbf{Q}_T &= \begin{bmatrix} P - C_{K2} \rho \omega k \\ C_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P - C_{\omega 2} \rho \omega^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

采用有限体积法时,离散后状态方程的残差可表示如下

$$\mathbf{R}_{i,j,k} = \sum_{m=1}^{N_F} (\mathbf{F}_c - \mathbf{F}_v)_m \Delta S_m - (\mathbf{Q})_{i,j,k} \quad (9)$$

式中: i, j, k 为某一控制体的索引。对于紊流流动,在原有 $\mathbf{F}_c$ 、 $\mathbf{F}_v$ 及 $\mathbf{Q}$ 的基础上需考虑紊流矢通量 $\mathbf{F}_{c,T}$ 、 $\mathbf{F}_{v,T}$ 及紊流源项 $\mathbf{Q}_T$ 对残差的贡献。

由离散伴随方程(5),可构造离散伴随场残差

$$\mathbf{R}_{\boldsymbol{\psi}} = \left(\frac{\partial J}{\partial \mathbf{u}} \right)^T - \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \boldsymbol{\psi} \quad (10)$$

对于紊流流动

$$\left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \boldsymbol{\psi} = \left(\frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \boldsymbol{\psi} + \left(\frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \boldsymbol{\psi} + \left(\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \boldsymbol{\psi} \quad (11)$$

上式 $\mathbf{F}_c$ 、 $\mathbf{F}_v$ 及 $\mathbf{Q}$ 中同样需要考虑紊流环境下矢通量 $\mathbf{F}_{c,T}$ 、 $\mathbf{F}_{v,T}$ 及紊流源项 $\mathbf{Q}_T$ 对伴随场残差的贡献。

此外,采用近似因式分解隐式算法进行求解时,流场求解器及伴随场求解器中都需要添加紊流源项的处理部分,二者的源项处理方法相似。

2 优化设计系统

基于离散伴随方法的叶轮机械气动优化系统主要由叶栅参数化模块、结构化网格生成模块、流场求解器、离散伴随场求解器以及优化模块5部分组成,如图1所示。

优化设计系统中的参数化模块和几何模型生成

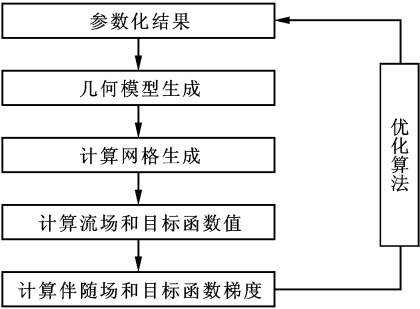


图 1 离散伴随优化系统的组成

模块基于非均匀 B 样条实现;叶栅计算网格采用多块结构化网格,基于无限插值法实现,块与块之间采用一对一的信息交换模式,并添加拉普拉斯网格光顺技术,以提高生成计算网格的质量。

本文采用一种可压缩流场求解器。该求解器基于多块结构化网格有限体积法实现,采用网格中心格式,同时引入当地时间步长、隐式残差光顺和多重网格技术以加速收敛。

离散伴随场求解器根据离散伴随系统原理,通过有选择性地利用自动微分工具,基于上述可压缩流场求解器来实现,具体实现方法可以参考文献[6-8]。

伴随场求解器的迭代求解可实现多级龙格-库塔显式算法和三对角近似因式分解隐式算法。本文的优化设计过程采用隐式求解算法,在获得目标函数值及其梯度信息后,即可结合优化算法进行设计变量的更新。本文采用的优化算法为拟牛顿优化算法。

3 目标函数与约束

3.1 质量流量约束

叶栅通道内的质量流量约束定义如下

$$\left. \begin{aligned} m_{out} &= \int_{A_{out}} \rho u dA \\ m_{in} &= \int_{A_{in}} \rho u dA \\ m &= (m_{in} + m_{out})/2 \\ J_m &= \exp((m/m_{ref} - 1.0)^2) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: A_{in} 、 A_{out} 分别为叶栅进、出口面积; m_{ref} 为叶栅进出口质量流量参考值,气动优化设计中根据初始叶栅计算确定。

3.2 目标函数

叶栅进出口熵增的定义方式如下

$$s_{out} = \int_{A_{out}} -\frac{1}{\gamma} \ln(p_t) \rho u dA / \int_{A_{out}} \rho u dA \quad (13)$$

$$s_{in} = \int_{A_{in}} -\frac{1}{\gamma} \ln(p_t) \rho u dA / \int_{A_{in}} \rho u dA \quad (14)$$

$$\Delta s = s_{out} - s_{in}; \quad J_s = \exp((\Delta s / \Delta s_{ref})^2) - 1 \quad (15)$$

式中: Δs_{ref} 为叶栅进出口熵增参考值,在气动优化设计中根据初始叶栅计算确定。

添加了质量流量约束之后的目标函数定义为

$$J = w_s J_s + w_m J_m \quad (16)$$

式中: w_s 和 w_m 分别为叶栅进出口熵增和质量流量约束的权重系数。

4 优化算例与结果分析

4.1 优化算例

对某二维跨声速叶栅,在紊流环境下,以上述进出口熵增为目标、以叶栅进出口质量流量为约束进行气动优化设计。该叶栅的基本几何和气动参数见表 1。在气动优化设计中,叶栅计算网格生成采用 H-O-H 型网格拓扑形式,叶片壁面网格适当进行加密处理,计算网格总节点数为 15 387。

表 1 叶栅的几何和气动参数

工质	节距/mm	进口总压/kPa
空气	25.133	344.0
进口总温/K	进口气流角/(°)	出口静压/kPa
709.0	0	172.37

叶栅的参数化方法基于非均匀 B 样条技术实现。首先将叶栅型线分割为吸力面和压力面,然后根据事先给定的长度因子将吸力面与压力面分割为前缘、中部和尾缘 3 部分,用于分割型线的长度比例因子分别为 0.005 和 0.95。叶栅的参数化针对叶栅中部区域进行,在优化设计过程中,前缘和尾缘保持不变。叶栅吸力面中部的参数化控制点数为 20,参数化结果如图 2 所示。气动优化设计仅针对叶栅吸力面进行,选取吸力面上第 7~16 个控制点为可调控制点,设计变量为可调控制点的纵、横坐标,设计变量总数为 20 个。

4.2 优化结果分析

在优化过程中,熵增权重系数和质量流量约束权重系数分别设置为 1 和 1 000。初始叶栅对应的伴随场云图分布如图 3 所示,其中 $\Psi_1 \sim \Psi_4$ 分别表示伴随密度、2 个方向的伴随速度和伴随压力, Ψ_5 、 Ψ_6 为紊动能和比耗散对应的伴随变量。图中,伴随变量数值较大的区域表明初始叶栅对应的目标函数

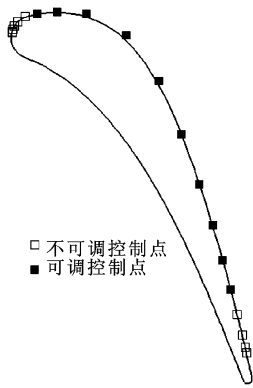


图 2 初始叶栅及参数化结果

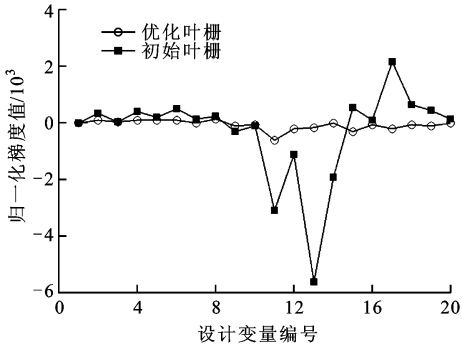


图 4 优化前后目标函数梯度对比

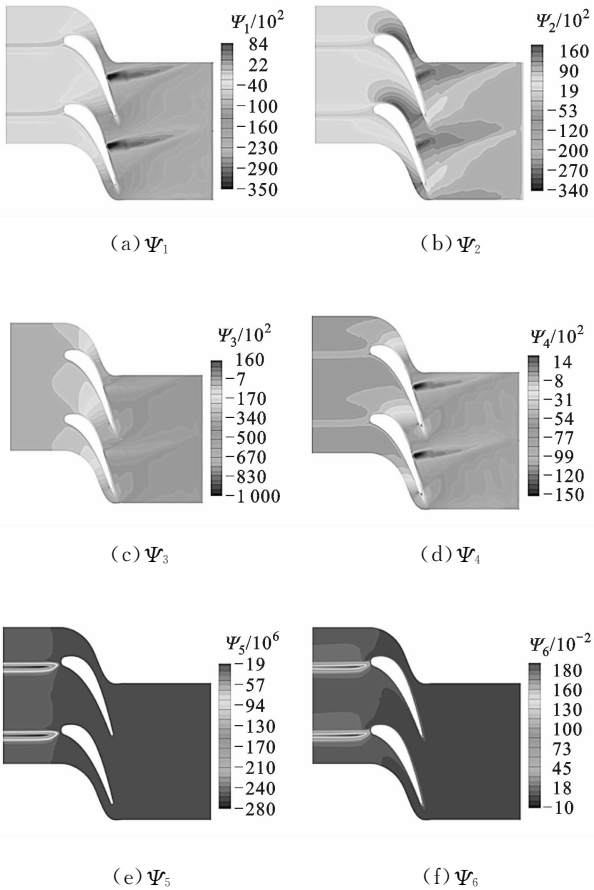


图 3 初始叶栅伴随场云图分布

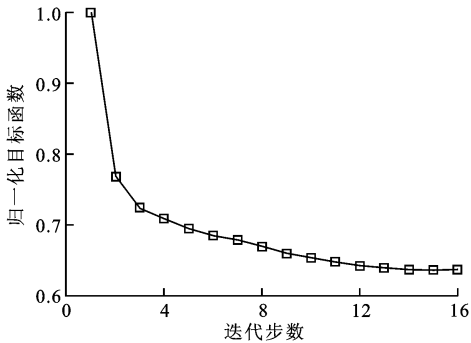


图 5 迭代收敛史

优化前、后叶栅的气动性能对比见表 2。与优化前相比,优化后叶栅的进出口熵增降低了约 18%,而质量流量降低了约 0.4%,目标函数值下降了约 36%。

表 2 优化前后叶栅的归一化气动性能对比

状态	质量流量	熵增	目标函数值
初始	6.298	0.031 6	1.718
最终	6.276	0.026 0	1.095
相对变化/%	-0.44	-17.7	-36.3

对该区域附近的控制点设计变量具有较高的梯度值(可进一步参考图 2 和图 4)。

优化设计采用拟牛顿法进行,优化经过 15 步迭代后收敛,总共计算了 16 次伴随场和 18 次流场。初始和最优叶型对应的目标函数梯度对比如图 4 所示,从中可以看出,气动优化设计后目标函数对设计变量的梯度基本趋近于 0,气动优化设计已经陷入局部极值点。优化迭代收敛史如图 5 所示。

气动优化设计前、后叶栅型线的对比如图 6 所示。与初始叶栅型线相比,优化后叶栅型线在喉部区域不变,在前缘与喉部之间区域变薄,在斜切区域略微内凹。

图 7 为初始和最优叶栅壁面的等熵马赫数分布对比,图 8 为优化前、后叶栅出口熵增沿叶栅节距分布的对比,图 9 为优化前、后叶栅通道内的马赫数分布云图对比。从图 7 可以看出,优化后叶栅在压力面尾缘侧的内伸斜激波被抹平,吸力面喉部激波强度降低。图 8 表明,优化后叶栅出口熵增比优化前明显减小。图 9 显示:叶栅喉部的马赫数从初始的

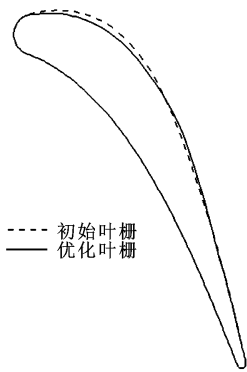
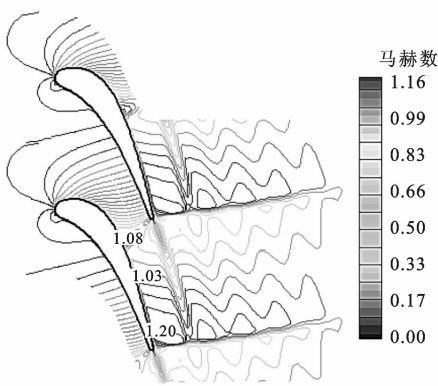
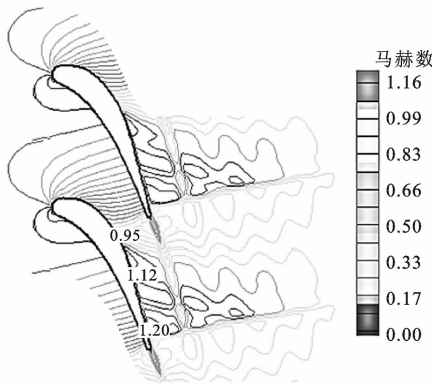


图 6 优化前后的叶栅型线对比

1.08 下降为优化后的 0.95,吸力面尾缘激波与来流的夹角变小,吸力面尾缘斜激波的强度降低,叶栅通道内的激波损失减少,提升了叶栅的气动性能;优化后在叶栅斜切部分出现了一条新的斜激波,该激波的出现对叶栅的气动性能有一定的不利影响,但是该处的斜激波较厚,对叶栅气动性能的影响较小。本文算例的结果表明,气动优化设计达到了预期的设计目标,验证了本文建立的二维紊流环境下的气动优化设计系统的正确性与有效性。



(a) 优化前



(b) 优化后

图 9 优化前后叶栅的马赫数云图对比

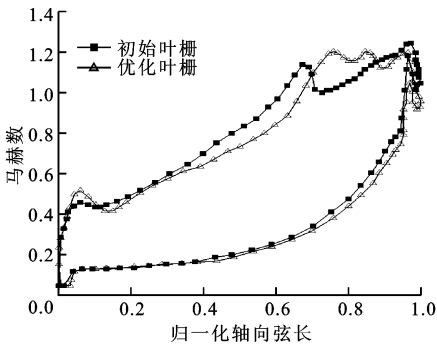


图 7 优化前后叶栅壁面的等熵马赫数对比

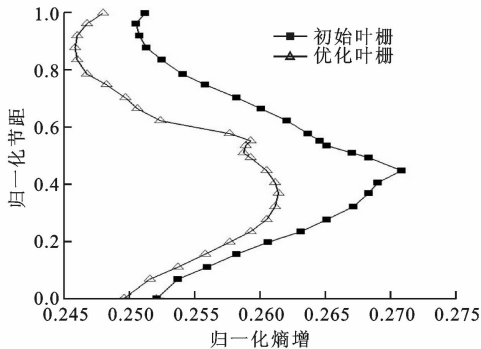


图 8 优化前后叶栅的出口熵增分布对比

5 结 论

本文通过扩展紊流变量数以及在伴随场求解器中添加紊流模型对应的源项处理部分,成功将离散伴随方法扩展到叶轮机械内部的紊流环境,开发了相应的离散伴随场求解器,建立了透平叶栅气动优化设计平台。基于该平台,在紊流环境下对一典型跨声速叶栅进行了气动优化设计,结果表明:在质量流率的约束下,优化后叶栅出口熵增比优化前明显减小,同时,叶栅通道内的激波损失也有所减少,提高了叶栅的气动性能,由此验证了本文开发的离散伴随场求解器在紊流环境下的正确性。

参考文献:

[1] PIRONNEAU O. On optimum shapes in Stokes flow [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1973, 59(2): 117-128.

[2] JAMESON A. Aerodynamic design via control theory [J]. Journal of Scientific Computing, 1988, 3(3):

- 233-260.
- [3] ANDERSON W K, BONHAUS D L. Airfoil design on unstructured grids for turbulent flows [J]. *AIAA Journal*, 1999, 37(2): 185-191.
- [4] 左英桃, 高正红, 詹浩. 基于 N-S 方程和离散共轭方法的气动设计方法研究 [J]. *空气动力学报*, 2009, 27(1): 67-72.
- ZUO Yingtao, GAO Zhenghong, ZHAN Hao. Aerodynamic design method based on N-S equations and discrete adjoint approach [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2009, 27(1): 67-72.
- [5] 吴文华, 陶洋, 陈德华, 等. 基于伴随算子的气动布局优化技术及其在大飞机机翼减阻中的应用 [J]. *航空动力学报*, 2011, 26(7): 1583-1589.
- WU Wenhua, TAO Yang, CHEN Dehua, et al. Wing optimization of large airplane by adjoint method [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2011, 26(7): 1583-1589.
- [6] 张朝磊, 厉海涛, 丰镇平. 基于离散伴随方法的透平叶栅气动优化设计 [J]. *工程热物理学报*, 2012, 33(1): 47-50.
- ZHANG Chaolei, LI Haitao, FENG Zhenping. Aerodynamic optimization design of turbomachinery cascade based on discrete adjoint method [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2012, 33(1): 47-50.
- [7] ZHANG Chaolei, FENG Zhenping. Aerodynamic shape design optimization for turbomachinery cascade based on discrete adjoint method, ASME Paper GT2011-45805 [R]. New York, NY, USA: ASME, 2011.
- [8] 张朝磊, 卢娟, 丰镇平. 基于离散伴随方法的透平叶栅反设计 [J]. *工程热物理学报*, 2012, 33(4): 583-586.
- ZHANG Chaolei, LU Juan, FENG Zhenping. Inverse design of turbomachinery cascade based on discrete adjoint method [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2012, 33(4): 583-586.
- [9] BLAZEK J. Computational fluid dynamics: principles and applications [M]. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 2001: 245-247.

(编辑 葛赵青 苗凌)

(上接第 6 页)

- [2] ISHIIT S, HOSHIKUKIZ A, KOHNOT R. Space hopping scheme under short range Rician multipath fading environment [C] // *Proceedings of 52nd IEEE VTS-Fall VTC*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2000: 99-104.
- [3] LANDWEHR E, GOLDSCHLAG D M. Security issues in networks with internet access [J]. *Proceedings of IEEE*, 1997, 85(12): 2034-2051.
- [4] JOHNSON D H, DUDGEON D E. Array signal processing, concepts and techniques [M]. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 1993.
- [5] 洪涛, 宋茂忠, 刘渝. 切换天线发射的低截获率通信信号物理层安全传输 [J]. *应用科学学报*, 2011, 29(4): 368-373.
- HONG Tao, SONG Maozhong, LIU Yu. Signal transmitted from switched antenna array with low interception probability for physical layer security [J]. *Journal of Applied Sciences*, 2011, 29(4): 368-373.
- [6] 洪涛, 宋茂忠. 一种基于天线虚拟运动的跳空扩频调制方法 [J]. *南京航空航天大学学报*, 2011, 43(4): 481-485.
- HONG Tao, SONG Maozhong. Space hopping spread-spectrum modulation based on a virtual motion antenna [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2011, 43(4): 481-485.
- [7] LI Xiaohua, HWU J, RATAZZI E P. Array redundancy and diversity for wireless transmissions with low probability of interception [C] // *Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2006: 525-528.
- [8] LI Xiaohua, HWU J. Using antenna array redundancy and channel diversity for secure wireless transmissions [J]. *Journal of Communications*, 2007, 2(3): 24-32.
- [9] HWANG Y, PAPADOPOULOS H C. Physical-layer secrecy in AWGN via a class of chaotic DS/SS systems: analysis and design [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(9): 2637-2649.
- [10] 穆鹏程, 殷勤业. 空谱的描述与定义 [M] // 10 000 个科学难题: 信息科学卷. 北京: 科学出版社, 2011: 449-451.

(编辑 刘杨)